7

ГЕОМЕТРИЯ

ФГОС

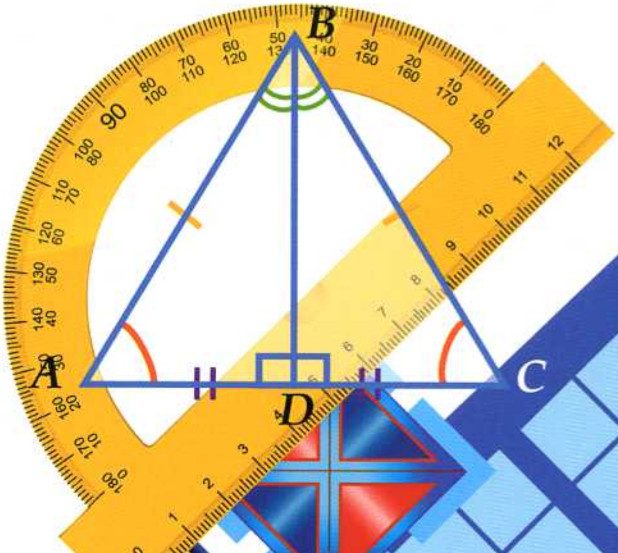
УМК

Т. М. Мищенко

Дидактические карточки-задания по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы»

7 класс



ЭКЗАМЕН

Учебно-методический комплект

Т. М. Мищенко

Дидактические карточки-задания по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»
(М. : Просвещение)

7 класс

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2019

УДК 373:514
ББК 22.151я72
М71

Мищенко Т. М.

М71 Дидактические карточки-задания по геометрии. 7 класс: к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы». ФГОС (к новому учебнику) / Т. М. Мищенко. — М. : Издательство «Экзамен», 2019. — 96 с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-13266-0

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Предлагаемые индивидуальные карточки для 7-го класса общеобразовательных организаций призваны помочь учителю при организации контроля знаний и умений учащихся в процессе изучения курса планиметрии по учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы».

В процессе изучения курса геометрии 7–9 классов важно предусмотреть проверку: во-первых, достижения каждым учеником уровня обязательной геометрической подготовки, во-вторых, глубину сформированности учебных умений и, в-третьих, умение применять полученные знания в несколько отличных от обязательных результатов обучения ситуациях. Предлагаемые индивидуальные карточки помогут организовать систему контроля знаний и умений учащихся.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

Учебное издание

Мищенко Татьяна Михайловна

ДИДАКТИЧЕСКИЕ КАРТОЧКИ-ЗАДАНИЯ ПО ГЕОМЕТРИИ

7 КЛАСС

К учебнику Л. С. Атанасяна «Геометрия. 7–9 классы»

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат № РОСС RU.АД44.Н02841 от 30.06.2017 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*. Редактор *И. М. Бокова*
Технический редактор *Л. В. Павлова*. Корректоры *И. А. Огнева, Т. И. Шитикова*
Дизайн обложки *М. С. Михайлова*. Компьютерная верстка *Е. Ю. Лысова*

Подписано в печать 25.06.2018. Формат 70x100/16. Гарнитура «Школьная».
Бумага газетная. Уч.-изд. л. 1,89. Усл. печ. л. 7,8. Тираж 7000. Заказ № 5578/18.

Россия, 107045, Москва, Луков пер., д. 8. www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz; по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», Россия, г. Тверь, www.pareto-print.ru

ISBN 978-5-377-13266-0

ОГЛАВЛЕНИЕ

Вступление

В условиях современной школы диагностике знаний и умений, контролю за достижением уровня планируемых результатов обучения уделяется большое внимание. Процесс усвоения знаний — индивидуальный, поэтому необходимы такие формы контроля, которые учитывают уровни усвоения учебного материала каждым учеником класса.

Как известно, процесс обучения проходит несколько этапов: сообщение новых фактов (чаще всего теоретические сведения), усвоение этого материала учениками (знание), применение этих сведений для решения учебных и практических задач (умения), дальнейшая работа по формированию основных методов решения учебных и практических задач (навыки) и, наконец, контроль уровня усвоения. На каждом этапе обучения учителю необходимо знать, насколько каждый ученик и весь класс в целом готов к следующему этапу обучения. Диагностика уровня усвоения знаний и умений на каждом этапе обучения позволяет учителю оптимально выбирать формы и методы обучения, а также формы коррекции ошибок и пробелов в усвоении и применении знаний и умений.

Традиционные письменные формы контроля с полным решением требуют значительных временных затрат как на составление заданий работы и собственно её проведение, так и на проверку работ и систематизацию ошибок. К недостаткам письменных работ можно отнести и то, что результаты проверки в лучшем случае сообщаются только на следующем уроке, когда ученик уже успел забыть и ход решения задачи и проблемы его поиска, и ему важна только оценка. В результате, все замечания по выполнению и оформлению решений учащиеся, как правило, оставляют без внимания и ни о какой коррекции знаний конкретного ученика здесь говорить уже не приходится. К недостаткам проведения устного контроля (опроса) следует отнести значительные затраты урочного времени и кроме того, часть учащихся не следит за ходом урока.

В практике школы проверку достижения уровня *обязательной* математической подготовки многие учителя осуществляют с помощью тестов. Основная цель проведения тестирования состоит в оперативной проверке достижения уровня обязательной математической подготовки, как отдельным учеником, так и всем классом. По сравнению с другими видами контроля (устный опрос, зачёт, самостоятельная или контрольная работы) тест позволяет при незначительных затратах урочного времени оперативно проверить усвоение материала изучаемой темы. Кроме того, проверку выполнения заданий теста можно и полезно провести непосредственно на том же уроке, на котором выполнялся тест. Это позволяет учащимся понять и ход решения задачи и проблемы его поиска. Анализ тематических тестов позволяет выявить возможные пробелы в знаниях как отдельного ученика, так и класса в целом.

Поэтому ни в коем случае не умаляя значения рассмотренных выше традиционных форм контроля, попытаемся найти место и время для использования индивидуальных карточек. Само название уже говорит, что это действительно индивидуальная работа с конкретным учеником.

Индивидуальные карточки, как правило, состоят из одного или более заданий и представляют собой раздаточный материал. Задания в них обычно проверяют либо умения решать геометрические задачи либо знание положений теоретического материала. Чаще всего такие карточки раздаются на уроке одной из групп учащихся: сильному ученику, чтобы он не «скучал» во время работы учителя с классом, слабому ученику, чтобы было, за что поставить оценку. Понятно, что такие задания вряд ли смогут вскрыть причину происхождения ошибок, так как они только фиксируют достижение определённого уровня.

Работа, по предлагаемым здесь индивидуальным карточкам на уроках геометрии, рассчитанна на 10–15 минут. При этом она, с одной стороны, является гибким контролем-диагностикой, а с другой, — выполняет развивающую (обучающую) функцию. Основная же цель включения карточек в учебный процесс — оперативное установление обратной связи. Во время решения заданий индивидуальной карточки ученик может задавать вопросы учителю по условию и по ходу решения, даже по методу доказательства, то есть рассчитывать на подсказку и помощь учителя. Полученная информация в результате работы ученика по выполнению заданий индивидуальных карточек позволяет учителю сделать вывод о достижении обязательного или более высокого уровня изучения курса геометрии каждым учеником класса. Кроме того, в рамках такой работы учитель имеет возможность помочь «слабому» ученику в решении задач и усвоении теоретического материала, а «сильному» увидеть красоту геометрии и продемонстрировать свои знания. Любое (даже минимальное) продвижение в овладении знаниями и умениями «слабого» ученика при таком подходе учитель обязательно отметит перед всем классом. А от «сильного» ученика, отметив его достижения перед классом, можно потребовать и предельной аккуратности в оформлении решения задачи, и выполнения чертежа, и аргументированности и доказательности каждого этапа выполнения задания. «Средний» ученик имеет возможность продемонстрировать свою продвинутость на данном этапе изучения геометрии. Таким образом, очевидна и воспитательная функция работы с карточками. Проверку выполнения заданий карточки полезно проводить вместе с учеником, комментируя его решение.

Учитывая неоднородность учащихся класса, для проверки одной темы необходимы карточки разного уровня: для учащихся с низким уровнем усвоения карточки А, среднего уровня усвоения знаний — Б и для учащихся продвинутого уровня — В.

При изучении курса геометрии в VII–IX классах перед учащимися ставятся задачи: проводить доказательные рассуждения и умения *применять* теоретические факты для решения задач. Задача «проводить доказательные рассуждения» дифференцируется для разных групп учащихся: для сильных — «проводить», для средних — «воспроизводить», а для слабых — «видеть ситуацию». Отсюда непосредственно следует структура индивидуальной карточки: даны два задания: первое — на проверку знания теоретической части темы, второе — на проверку умения *применять* теоретические факты для решения задач.

Карточка А (*рекомендуется для слабых учащихся*):

первое задание — сформулировать: определение, изученную теорему, воспроизвести или прочитать чертёж, то есть «видеть и воспроизводить ситуацию»;

второе задание — одношаговая задача на «распознавание» (увидел — решил).

Карточка Б (*рекомендуется для учащихся, достигающих уровня обязательной геометрической подготовки*):

первое задание — сформулировать и доказать изученную теорему (репродуктивный характер); либо решить несложную задачу на доказательство;

второе задание — задача уровня обязательной подготовки, в решении которой используются изученные метода решения, простейшие дополнительные построения, или задача на распознавание ранее изученных объектов в новых конфигурациях.

Карточка В (*рекомендуется для учащихся, достигающих продвинутого уровня геометрической подготовки*):

первое задание — сформулировать и доказать утверждение, которое не было рассмотрено в классе и которого нет в учебнике (продуктивный характер); либо сформулировать и воспроизвести доказательство теоремы, уровень сложности которого превосходит уровень обязательной подготовки;

второе задание — задача продвинутого уровня подготовки, для решения которой нужно либо сделать несколько логических шагов, либо использовать приём, связанный с дополнительным построением или применением ранее изученных фактов в новой ситуации или на новом объекте, либо полноценная задача на «анализ — синтез».

Индивидуальная работа по карточкам может быть предложена учащимся только после изучения всего учебного материала проверяемой темы на уроках решения задач, когда происходит отработка навыков и закрепление знаний.

1. Карточки можно предложить сильным ученикам в начале урока во время проверки выполнения домашнего задания. Если домашняя работа была дифференцированной, то карточки можно предложить части средних учащихся и даже слабым ученикам, если уровень проверяемых заданий достаточно высок и, по всей видимости, часть учащихся просто отключится из-за непонимания и отсутствия интереса к решению сложных задач.

2. Разбор самостоятельной или контрольной письменной работы — это в достаточной степени индивидуальная работа, поэтому учащимся, успешно справившимся с работой, можно дать карточки во время разбора решений самостоятельной или контрольной работ, за исключением того момента, когда рассматривается массовая ошибка. Типична и ситуация, когда слабый ученик во время разбора вроде бы очень «нужных» заданий теряет всякий интерес к происходящему на уроке, в этот момент следует предложить ему посильную работу — карточку.

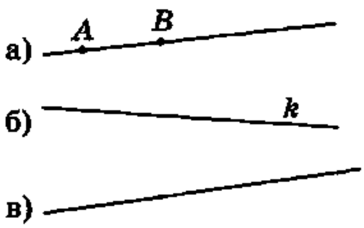
Глава I

НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 1–А

1. Объясните, как обозначают прямую.



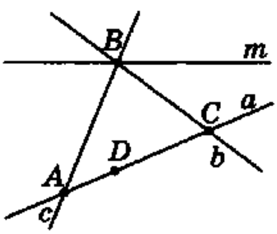
2. На рисунке а) обозначьте прямую AB какой-либо строчной латинской буквой.

3. На рисунке б) обозначьте прямую k двумя прописными латинскими буквами.

4. На рисунке в) обозначьте прямую двумя способами.

Карточка 2–А

1. Сколько прямых можно провести через две точки?

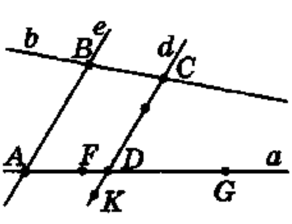


2. По рисунку ответьте на вопросы:

1. На каких прямых лежит точка A?
2. В какой точке пересекаются прямые c и m?
3. В какой точке пересекаются три прямые? Назовите эти прямые.

Карточка 3–А

1. Объясните, что такое отрезок.



2. По рисунку ответьте на вопросы:

1. На каких отрезках лежит точка F?
2. Какие точки лежат на отрезке AD?
3. Лежит ли точка C на отрезке AG?

Карточка 1–А

§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 2–А

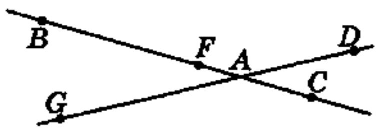
§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 3–А

§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 4–А

1. Объясните, что такое луч.



2. По рисунку назовите:

а) все лучи с началом в точке A;

б) луч, являющийся продолжением луча AF;

в) луч, дополняющий луч AD до прямой.

Карточка 5–А

1. Объясните, как обозначают луч.

2. Нарисуйте луч AB и обозначьте его какой-либо строчной латинской буквой.

3. Нарисуйте луч k и обозначьте его двумя прописными латинскими буквами.

Карточка 6–А

1. Объясните, какая геометрическая фигура называется углом, и сделайте соответствующий рисунок.

2. Нарисуйте три неразвёрнутых угла.

а) обозначьте один угол прописными латинскими буквами;

б) обозначьте второй угол строчными латинскими буквами;

в) обозначьте третий угол ещё одним способом.

Карточка 7–Б

1. Сколько общих точек могут иметь две пересекающиеся прямые?

2. Две различные прямые f и e пересекаются в точке G. Прямая f проходит через точку B. Проходит ли прямая e через точку B? Объясните ответ.

Карточка 4–А

§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 5–А

§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 6–А

§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 7–Б

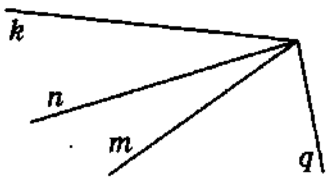
§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 8–Б

1. Сколько неразвёрнутых углов образуется при пересечении двух прямых? Сделайте рисунок.

2. Объясните, какой луч, проходящий между сторонами угла, называют биссектрисой угла. Сделайте рисунок.

Карточка 9–Б



1. На рисунке изображён неразвёрнутый угол и два луча, исходящие из его вершины и проходящие внутри угла. Определите:

1) Какие углы делит луч m?

2) Какие лучи делят угол (kq) на два угла?

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 1–А

1. Найдите ошибку в записи длин отрезков:

а) $AB = 37$ см; б) $CD = -7$ см; в) $EF = 3$ см;
г) $GH = 9$ см; д) $RQ = -13$ см; е) $NM = -4$ см.

2. Найдите среди данных отрезков равные:

$AB = 3$ см; $CD = 5$ см; $EF = 3$ см;
$GH = 6$ см; $SP = 6$ см; $LM = 7$ см.

Карточка 2–А

1. Точка C делит отрезок AB на два отрезка. Как найти длину отрезка AB, если известны длины отрезков AC и CB?

2. Точка C лежит на прямой AB между точками A и B. Известно, что отрезок AC на 3 см меньше отрезка BC. Найдите длину отрезка AC, если $AB = 19$ см.

Карточка 8–Б

§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 9–Б

§ 1–2. Прямая и отрезок. Луч и угол

Карточка 1–А

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 2–А

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 3–А

1. Точка C делит отрезок AB на два отрезка. Как найти длину отрезка AC, если известны длины отрезков AB и CB?

2. Точка C лежит на прямой AB между точками A и B. Известно, что отрезок AC на 3 см меньше отрезка BC. Найдите длину отрезка AB, если $AC = 9$ см.

Карточка 4–А

1. Объясните, какую точку отрезка называют серединой отрезка.

2. На прямой n отмечены точки A, B, C, D и E. Известно, что $AB = BC = CD = DE$. Укажите середину отрезка BD.

Карточка 5–Б

1. Сколькими способами можно отложить отрезок RP, равный 2 см, на прямой n от точки R?

2. На прямой от точки A отложены отрезки $AB = 13$ см и $AC = 5$ см. Найдите длину отрезка BC.

Карточка 6–Б

1. Сколькими способами можно отложить отрезок GF, равный 2 см, на луче m с началом в точке G?

2. На луче от его начальной точки A отложены отрезки $AB = 13$ см и $AC = 5$ см. Найдите длину отрезка BC.

Карточка 3–А

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 4–А

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 5–Б

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 6–Б

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 7–Б

1. На прямой последовательно отмечены точки A, B, C и D. Запишите отрезок AD в виде суммы любых двух отрезков.

2. На луче с началом в точке A отложили отрезки AB, AC и AD. Отрезок AC на 2 см меньше отрезка AB. Найдите длину отрезка CD, если $AB = 9$ см и $AD = 12$ см.

Карточка 8–Б

1. На прямой a отмечены три точки A, B и C так, что $AB = 6$ см, $AC = 14$ см, $BC = 8$ см. Определите последовательность точек.

Карточка 9–В

1. Определите, сколько решений имеет следующая задача. Решать задачу не надо.

На прямой p отмечены точки A, B и C. Отрезок AB равен 7 см, а отрезок AC равен 4 см. Найдите длину отрезка BC.

2. Точки A, B и C лежат на одной прямой. Принадлежит ли точка B отрезку AC, если $AC = 7$ см, а $AB = 9$ см?

Карточка 10–В

1. Определите, сколько решений имеет следующая задача. Решать задачу не надо.

На луче p с начальной точкой A отмечены точки B и C. Отрезок AB равен 7 см, а отрезок AC равен 4 см. Найдите отрезок BC.

2. На луче от начала — точки A, отложили два отрезка AB и AC. Принадлежит ли точка B отрезку AC, если $AC = 7$ см, а $AB = 9$ см?

Карточка 7–Б

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 8–Б

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 9–В

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 10–В

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 11–В

1. Отрезок, равный 45 см, разделён на три неравных отрезка. Расстояние между серединами крайних отрезков равно 28 см. Найдите длину среднего отрезка.

Карточка 12–В

1. На прямой расположены пять точек A, B, C, D и E так, что $AC = 5$ см, $AE = 4$ см; $BC = 14$ см, $BD = 2$ см, $DE = 3$ см. Найдите расстояние между серединами отрезков AB и CD. (*Рекомендация. Сделайте рисунок*).

§ 5. Измерение углов

Карточка 1–А

1. Найдите ошибку в записи градусной меры углов:

$\angle ABC = 30°$; $\angle DEF = 23°$; $\angle GHQ = -36°$;
$\angle KNL = -29°$; $\angle LOM = 29°$; $\angle QRT = 23°$.

2. Найдите среди данных углов равные:

$\angle ABC = 30°$; $\angle DEF = 23°$; $\angle GHQ = 36°$;
$\angle KNL = 29°$; $\angle LOM = 29°$; $\angle QRT = 15°$.

Карточка 2–А

1. Луч k проходит между сторонами угла gh. Как найти градусную меру угла gh, если известны градусные меры углов gk и kh?

2. Луч c проходит между сторонами угла ab. Известно, что угол ac на $34°$ больше угла cb. Найдите угол ab, если угол cb равен $16°$.

Карточка 11–В

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 12–В

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

Карточка 1–А

§ 5. Измерение углов

Карточка 2–А

§ 5. Измерение углов

Карточка 3–А

1. Луч OC делит угол AOB на два угла. Как найти градусную меру угла AOC, если известны градусные меры углов AOB и COB?

2. Луч c проходит между сторонами угла ab, равного 114°. Чему равен угол bc, если угол ac в пять раза больше угла bc?

Карточка 4–А

1. Объясните, какой луч, проходящий между сторонами угла, называют биссектрисой угла.

2. а) Чему равен угол между биссектрисой и стороной угла, равного 76°?

б) Найдите угол, если его биссектриса образует со стороной угол, равный 41°.

Карточка 5–Б

1. Луч c является биссектрисой угла ab. Определите вид угла ab, если углы ac и cb прямые.

2. Лучи k и t проходят между сторонами угла gh, градусная мера которого равна 76°. Угол, образованный биссектрисами углов gk и th, равен 46°. Найдите градусную меру угла kt.

Карточка 6–В

1. Лучи k, l и t проходят между сторонами угла gh. Известно, что $\angle gk = \angle kl = \angle lt = \angle th$. Укажите биссектрису угла kt.

2. Лучи k и t проходят между сторонами угла (gh) 70°. Угол, образованный биссектрисами углов gk и th, равен 47°. Найдите градусную меру угла gh, если угол kt равен 16°.

Карточка 3–А

§ 5. Измерение углов

Карточка 4–А

§ 5. Измерение углов

Карточка 5–Б

§ 5. Измерение углов

Карточка 6–В

§ 5. Измерение углов

Карточка 7–В

1. Определите, сколько решений имеет следующая задача. Решать задачу не надо.

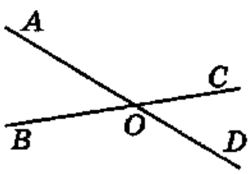
Луч k является общей стороной углов gk и kh. Найдите угол gh.

2. Луч BA является общей стороной углов $\angle ABC = 56°$ и $\angle ABD = 43°$. Найдите $\angle DBC$.

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 1–А

1. Дайте определение смежных углов.



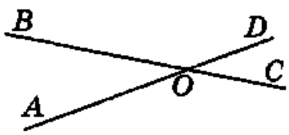
2. На рисунке прямые AD и BC пересекаются в точке O.

а) среди углов, полученных при пересечении прямых AD и BC, найдите и запишите углы, смежные с $\angle AOC$;

б) найдите градусную меру угла COD, если $\angle AOB$ равен 58°.

Карточка 2–А

1. Дайте определение вертикальных углов.



2. На рисунке прямые AD и BC пересекаются в точке O.

а) среди углов, полученных при пересечении прямых AD и BC, найдите и запишите пары вертикальных углов;

б) найдите градусную меру угла COD, если $\angle BOD$ равен 138°.

Карточка 3–А

1. Чему равна сумма смежных углов?

2. Чему равен угол, если он на 43° больше угла, смежного с ним?

Карточка 7–В

§ 5. Измерение углов

Карточка 1–А

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 2–А

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 3–А

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 4–А

1. Сформулируйте свойство вертикальных углов.

2. Градусные меры двух углов относятся как 2 : 3. Могут ли эти углы быть вертикальными?

Карточка 5–Б

1. Докажите, что если два смежных угла равны, то и вертикальные им углы равны.

2. Градусные меры двух углов, которые получаются при пересечении двух прямых, относятся как 11 : 9. Найдите эти углы.

Карточка 6–Б

1. Докажите, что если два угла равны, то и смежные с ними углы равны.

2. Разность двух смежных углов равна меньшему из них. Найдите эти углы.

Карточка 7–Б

1. Докажите, что биссектрисы смежных углов — перпендикулярны.

2. Через вершину угла, равного 30°, проведена прямая, перпендикулярная его биссектрисе. Чему равны углы, образованные этой прямой и сторонами данного угла?

Карточка 4–А

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 5–Б

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 6–Б

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 7–Б

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 8–Б

1. Докажите, что биссектрисы вертикальных углов лежат на одной прямой.

2. Разность двух углов равна 178°. Докажите, что эти углы не могут быть вертикальными.

Карточка 9–Б

1. При пересечении двух прямых образуются четыре угла. Докажите, что биссектрисы этих углов лежат на перпендикулярных прямых.

2. Разность двух углов, которые получаются при пересечении двух прямых, равна 36°. Найдите эти углы.

Карточка 10–В

1. Угол AOB равен 40°, а угол BOC равен 80°. Чему равен угол между биссектрисами углов AOB и BOC? Сколько решений имеет задача?

Карточка 11–В

1. Угол AOB равен 33°, угол BOC равен 32°, а угол COD равен 31°. Чему равен угол AOD? Сколько решений имеет задача?

Карточка 8–Б

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 9–Б

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 10–В

§ 6. Перпендикулярные прямые

Карточка 11–В

§ 6. Перпендикулярные прямые

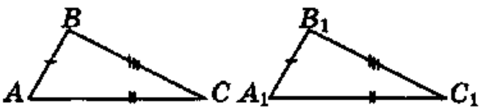
Глава II

ТРЕУГОЛЬНИКИ

§ 1. Первый признак равенства треугольников

Карточка 1–А

1. Объясните, какие треугольники называют равными.



2. Даны равные треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, в которых $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$, $AB = A_1B_1$. Запишите соответственно равные углы.

Карточка 2–А

1. Нарисуйте треугольник и обозначьте его вершины. Запишите стороны треугольника.

2. Треугольники DFG и PQR равны. Известно, что $\angle DFG = \angle PQR$, $\angle FGD = \angle QRP$, $\angle GDF = \angle RPQ$. Запишите соответственно равные стороны.

Карточка 3–А

1. Нарисуйте треугольник и обозначьте его вершины. Запишите углы треугольника.

2. Треугольники DFG и PQR равны. Известно, что $DF = PQ$, $DG = PR$ и $FG = QR$. Запишите соответственно равные углы.

Карточка 1–А

§ 1. Первый признак равенства треугольников

Карточка 2–А

§ 1. Первый признак равенства треугольников

Карточка 3–А

§ 1. Первый признак равенства треугольников

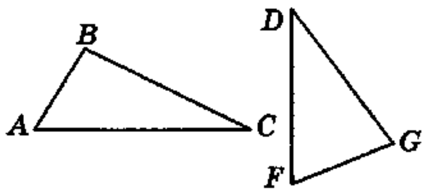
Карточка 4–А

1. Сформулируйте определение периметра треугольника.

2. В треугольнике ABC: $AC = 7$ см, $BC = 15$ см. Сторона BC на 5 см больше стороны AB. Найдите периметр треугольника ABC.

Карточка 5–А

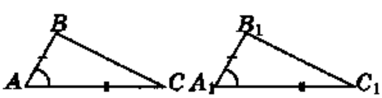
1. Сформулируйте первый признак равенства треугольников.



2. Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство данных треугольников по первому признаку равенства треугольников. Запишите отмеченные равные элементы и равенство треугольников.

Карточка 6–А

1. а) Сформулируйте первый признак равенства треугольников.



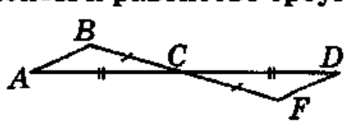
б) Треугольники, изображённые на рисунке, равны. Запишите соответственно равные элементы данных треугольников и равенство треугольников.

2. В треугольнике ABC: $AC = 5$ см, $BC = 15$ см и $\angle C = 30°$. В треугольнике PQR: $PQ = 5$ см, $QR = 15$ см и $\angle Q = 30°$. Сделайте чертёж, отметьте соответственно равные элементы треугольников и докажите, что треугольники ABC и PQR равны.

Карточка 7–Б

1. а) Сформулируйте первый признак равенства треугольников.

б) Нарисуйте два равных треугольника, обозначьте их вершины. Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство данных треугольников по первому признаку равенства треугольников. Запишите отмеченные равные элементы и равенство треугольников.



2. На рисунке $AC = CD$, $BC = CF$. Докажите равенство треугольников ABC и DFC.

Карточка 4–А

§ 1. Первый признак равенства треугольников

Карточка 5–А

§ 1. Первый признак равенства треугольников

Карточка 6–А

§ 1. Первый признак равенства треугольников

Карточка 7–Б

§ 1. Первый признак равенства треугольников

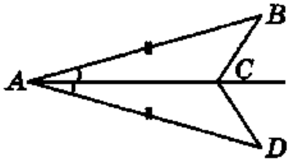
Карточка 8–Б

1. Сформулируйте первый признак равенства треугольников. Запишите условие теоремы и сделайте рисунок по условию теоремы.

2. Треугольники ABC и PQR равны, причём $AB = PQ$, $BC = QR$, $AC = PR$. Точка B_1 — середина стороны AC, точка Q_1 — середина стороны PR. Докажите, что $BB_1 = QQ_1$.

Карточка 9–Б

1. Сформулируйте первый признак равенства треугольников.



2. На рисунке луч AC — биссектриса $\angle BAD$, $AB = AD$. Докажите равенство треугольников BAC и DAC.

Карточка 10–В

1. Сформулируйте первый признак равенства треугольников. Объясните, какой метод применяется при его доказательстве.

2. В треугольнике ABC отрезок BD соединяет вершину B с точкой D, принадлежащей стороне AC. Луч BD является биссектрисой угла ABC. Докажите, что если $AB = CB$, то $BD \perp AC$.

Карточка 11–В

1. Сформулируйте и докажите первый признак равенства треугольников.

2. На сторонах угла A отложены равные отрезки AB и AD. На биссектрисе AC угла A отложены отрезки AK и AC, причём AC больше AK. Докажите равенство треугольников CKD и CKB.

Карточка 8–Б

§ 1. Первый признак равенства треугольников

Карточка 9–Б

§ 1. Первый признак равенства треугольников

Карточка 10–В

§ 1. Первый признак равенства треугольников

Карточка 11–В

§ 1. Первый признак равенства треугольников

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

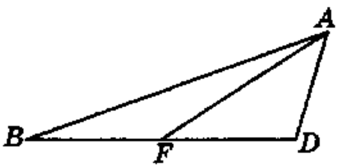
Карточка 1–А

1. Сделайте необходимый рисунок и сформулируйте определение перпендикуляра, проведённого из данной точки к прямой.

2. Равные отрезки BF и CG перпендикулярны прямой AD. Известно, что отрезки AF и GD равны. Докажите, что $\Delta ABF = \Delta DCG$.

Карточка 2–А

1. Сформулируйте определение медианы треугольника. Нарисуйте треугольник ABC. Проведите медиану BF.

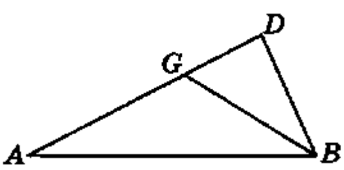


2. В треугольнике ABD отрезок AF является медианой. Сравните длины отрезков BF и FD.

Ответ: а) $BF > FD$; б) $BF < FD$; в) $BF = FD$.

Карточка 3–А

1. Сформулируйте определение биссектрисы треугольника. Нарисуйте треугольник ABC. Проведите биссектрису BG.

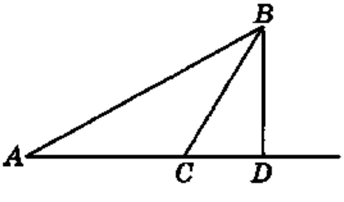


2. В треугольнике ABD отрезок BG является биссектрисой. Сравните градусную меру углов ABG и GBD.

Ответ: а) $\angle ABG > \angle GBD$; б) $\angle ABG = \angle GBD$; в) $\angle ABG < \angle GBD$.

Карточка 4–А

1. Сформулируйте определение высоты треугольника. Нарисуйте треугольник ABC и проведите высоту BG.



2. Нарисуйте треугольник ABC. Проведите высоту BD к стороне AC. Определите взаимное расположение прямых BD и AC.

Ответ: а) прямая BD перпендикулярна AC;
б) прямая BD параллельна прямой AC;
в) BD и AC пересекаются под острым углом.

Карточка 1–А

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 2–А

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 3–А

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 4–А

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 5–А

1. а) Сформулируйте определение равнобедренного треугольника.

б) Нарисуйте равнобедренный треугольник, обозначьте его вершины, укажите основание треугольника и его боковые стороны.

2. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 6 см, а основание — 8 см. Найдите его периметр.

Карточка 6–А

1. а) Сформулируйте определение равнобедренного треугольника.

б) Нарисуйте равнобедренный треугольник, обозначьте его вершины, укажите углы при основании треугольника и угол, противолежащий основанию.

2. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 7 см, а периметр равен 17 см. Вычислите основание треугольника.

Карточка 7–А

1. Сформулируйте определение равностороннего треугольника.

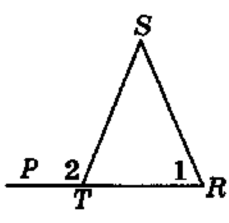
2. В равностороннем треугольнике ABC сторона AB равна 7 см.

а) Чему равна сторона BC?

б) Вычислите периметр треугольника ABC.

Карточка 8–Б

1. Сформулируйте и докажите свойство углов равнобедренного треугольника.



2. Треугольник RST — равнобедренный. Определите $\angle 1$, если $\angle 2 = 106°$.

Карточка 5–А

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 6–А

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 7–А

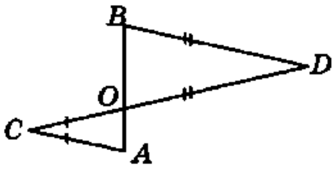
§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 8–Б

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 9–Б

1. Сформулируйте свойство углов равнобедренного треугольника.



2. В треугольнике ACO: $AC = CO$, в треугольнике OBD: $BD = OD$. Найдите $\angle OBD$, если $\angle OAC = 76°$.

Карточка 10–Б

1. Сформулируйте и докажите свойство биссектрисы равнобедренного треугольника.

2. Отрезок BD — биссектриса равнобедренного треугольника ABC с основанием AC. Найдите её длину, если периметр треугольника ABC равен 48 см, а периметр треугольника ABD равен 32 см.

Карточка 11–Б

1. Сформулируйте и докажите свойство высоты равнобедренного треугольника.

2. Отрезок BD — высота равнобедренного треугольника ABC, проведённая к основанию AC. Найдите углы ΔABD, если $\angle ABC = 120°$, а $\angle BCD = 30°$.

Карточка 12–Б

1. Сформулируйте и докажите свойство медианы равнобедренного треугольника.

2. В треугольнике ABC проведена медиана BD, причём $BD = AD$. Найдите $\angle ABC$, если $\angle BAD = 49°$, $\angle BCD = 41°$.

Карточка 9–Б

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 10–Б

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 11–Б

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 12–Б

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 13–В

1. Сформулируйте и докажите признак равенства равнобедренных треугольников по боковой стороне и углу, противолежащему основанию.

2. Равносторонний и равнобедренный треугольники имеют общее основание. Периметр равностороннего треугольника равен 36 см, а периметр равнобедренного — 40 см. Найдите стороны данных треугольников.

Карточка 14–В

1. Сформулируйте и докажите признак равенства равнобедренных треугольников по боковой стороне и углу при вершине.

2. Основание равнобедренного треугольника равно 8 см. Медиана, проведённая из вершины при основании, делит его периметр на две части, из которых одна больше другой на 2 см. Найдите боковую сторону треугольника.

Карточка 15–В

1. Сформулируйте теорему о перпендикуляре, проведённом из точки, не лежащей на данной прямой, к этой прямой. Докажите существование перпендикуляра, проведённого из данной точки к данной прямой.

2. Прямая a проходит через середину отрезка AB и перпендикулярна к нему. Докажите, что каждая точка прямой a равноудалена от точек A и B.

Карточка 16–В

1. Сформулируйте теорему о перпендикуляре, проведённом из точки, не лежащей на данной прямой, к этой прямой. Докажите единственность перпендикуляра, проведённого из данной точки к данной прямой.

2. Прямая a проходит через середину отрезка AB и перпендикулярна к нему. Докажите, что каждая точка, равноудалённая от точек A и B, лежит на прямой a.

Карточка 13–В

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 14–В

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Карточка 15–В

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

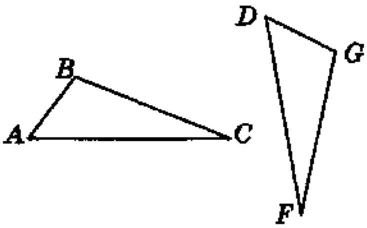
Карточка 16–В

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 1–А

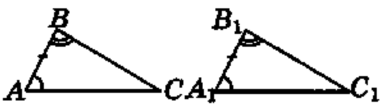
1. Сформулируйте второй признак равенства треугольников.



2. Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство данных треугольников по второму признаку равенства треугольников. Запишите отмеченные равные элементы и равенство треугольников.

Карточка 2–А

1. а) Сформулируйте второй признак равенства треугольников.

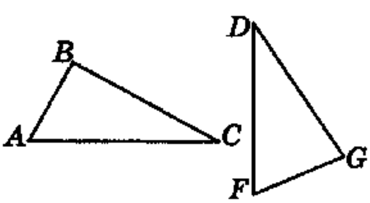


б) Треугольники, изображённые на рисунке, равны. Запишите соответственно равные элементы данных треугольников и равенство треугольников.

2. В треугольнике ABC: $AC = 5$ см, $\angle C = 30°$ и $\angle A = 90°$. В треугольнике PQR: $PQ = 5$ см, $\angle Q = 30°$ и $\angle P = 90°$. Сделайте чертёж, отметьте соответственно равные элементы треугольников и докажите, что треугольники ABC и PQR равны.

Карточка 3–А

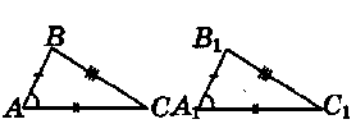
1. Сформулируйте третий признак равенства треугольников.



2. Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство данных треугольников по третьему признаку равенства треугольников. Запишите отмеченные равные элементы и равенство треугольников.

Карточка 4–А

1. а) Сформулируйте третий признак равенства треугольников.



б) Треугольники, изображённые на рисунке, равны. Запишите соответственно равные элементы данных треугольников и равенство треугольников.

2. В треугольнике ABC: $AC = 5$ см, $BC = 15$ см и $AB = 13$ см. В треугольнике PQR: $PQ = 5$ см, $QR = 15$ см, $PR = 13$ см. Сделайте чертёж, отметьте соответственно равные элементы треугольников и докажите, что треугольники ABC и PQR равны.

Карточка 1–А

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 2–А

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 3–А

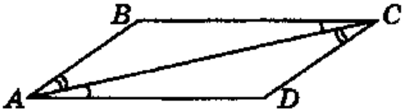
§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 4–А

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 5–А

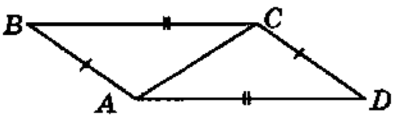
1. Сформулируйте второй признак равенства треугольников.



2. По данным рисунка докажите равенство треугольников ABC и CDA.

Карточка 6–А

1. Сформулируйте третий признак равенства треугольников.

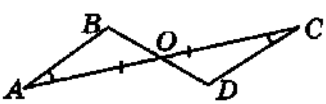


2. По данным рисунка докажите равенство треугольников ABC и CDA.

Карточка 7–Б

1. а) Сформулируйте второй признак равенства треугольников.

б) Нарисуйте два равных треугольника, обозначьте их вершины. Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство данных треугольников по второму признаку равенства треугольников.



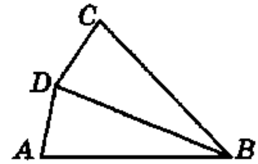
2. Точка O является серединой отрезка AC, $\angle BAO = \angle DCO$. Докажите равенство треугольников ABO и CDO.

Карточка 8–Б

1. а) Сформулируйте третий признак равенства треугольников.

б) Нарисуйте два равных треугольника, обозначьте их вершины. Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство данных треугольников по второму признаку равенства треугольников.

2. На рисунке изображены два равнобедренных треугольника с равными основаниями. Докажите равенство треугольников ABD и CBD.



Карточка 5–А

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 6–А

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 7–Б

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 8–Б

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 9–Б

1. Сформулируйте второй признак равенства треугольников. Запишите условие теоремы и сделайте рисунок по условию теоремы.

2. Докажите, что у равнобедренного треугольника биссектрисы, проведённые из вершин углов при основании, равны.

Карточка 10–Б

1. Сформулируйте третий признак равенства треугольников. Запишите условие теоремы и сделайте рисунок по условию теоремы.

2. В равнобедренном треугольнике ABC отрезки AD и CF — биссектрисы углов при основании CAB и ACB соответственно. Докажите равенство треугольников ADC и CFA.

Карточка 11–В

1. Сформулируйте второй признак равенства треугольников. Объясните, какой метод применяется при его доказательстве.

2. Сформулируйте и докажите признак равенства равнобедренных треугольников по основанию и углу при основании.

Карточка 12–В

1. Сформулируйте третий признак равенства треугольников. Объясните, какой метод применяется при его доказательстве.

2. Сформулируйте и докажите признак равенства равносторонних треугольников по стороне.

Карточка 9–Б

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 10–Б

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 11–В

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 12–В

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

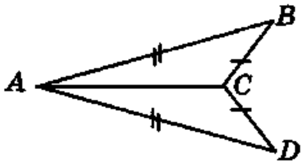
Карточка 13–В

1. Сформулируйте и докажите второй признак равенства треугольников.

2. Докажите, что прямая, перпендикулярная биссектрисе угла, отсекает на его углах равные отрезки.

Карточка 14–В

1. Сформулируйте и докажите третий признак равенства треугольников.



2. Докажите равенство треугольников BAC и DAC, если стороны AB и AD, BC и DC соответственно равны.

§ 4. Задачи на построение

Карточка 1–А

1. Сформулируйте определение окружности.

2. Даны две окружности с общим центром в точке O. AC и BD — диаметры этих окружностей, не лежащие на одной прямой. Докажите, что $\Delta ABO = \Delta CDO$.

Карточка 2–А

1. Нарисуйте окружность. Объясните, что такое радиус, диаметр и хорда окружности. Нарисуйте их.

2. Отрезки AB и CD — диаметры окружности с центром в точке O, не лежащие на одной прямой. Докажите, что $\Delta DOA = \Delta COB$.

Карточка 13–В

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 14–В

§ 3. Второй и третий признаки равенства треугольников

Карточка 1–А

§ 4. Задачи на построение

Карточка 2–А

§ 4. Задачи на построение

Карточка 3–А

1. ***Задача.*** **Разделить данный отрезок пополам.**

Карточка 4–А

1. ***Задача.*** **Разделить данный отрезок на четыре равные части.**

Карточка 5–Б

1. ***Задача.*** **Построить биссектрису данного угла.**

Карточка 6–Б

1. ***Задача.*** **Отложить от данного луча угол, равный данному углу.**

Карточка 3–А

§ 4. Задачи на построение

Карточка 4–А

§ 4. Задачи на построение

Карточка 5–Б

§ 4. Задачи на построение

Карточка 6–Б

§ 4. Задачи на построение

Карточка 7–Б

1. *Задача.* Через данную точку A, не принадлежащую прямой a, провести прямую, перпендикулярную прямой a.

Карточка 8–Б

1. *Задача.* Через данную точку A, принадлежащую прямой a, провести прямую, перпендикулярную прямой a.

Карточка 9–В

1. *Задача.* Разделить данный отрезок в отношении 3 : 1.

Карточка 10–В

1. *Задача.* Разделить данный угол в отношении 3 : 1.

Карточка 7–Б

§ 4. Задачи на построение

Карточка 8–Б

§ 4. Задачи на построение

Карточка 9–В

§ 4. Задачи на построение

Карточка 10–В

§ 4. Задачи на построение

Глава III

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 1–А

1. Сформулируйте определение параллельных прямых.

2. Нарисуйте параллельные прямые. Обозначьте нарисованные прямые: a и b. Запишите, используя соответствующее обозначение, параллельность прямых a и b.

Карточка 2–А

1. Сформулируйте определение параллельных отрезков.

2. а) Нарисуйте прямую a. На прямой a обозначьте отрезок AB.

б) Нарисуйте отрезок CD, параллельный отрезку AB. Запишите параллельность отрезков AB и CD.

в) Параллельны ли прямые a и CD?

Карточка 3–А

1. Сформулируйте определение параллельных лучей.

2. а) Нарисуйте прямую a. На прямой a отметьте точку A. Обозначьте один из полученных лучей a_1.

б) Нарисуйте луч b_1, параллельный лучу a_1. Запишите: лучи a_1 и b_1 параллельны.

в) Параллельны ли прямая a и прямая b, содержащая луч b_1?

Карточка 1–А

§ 1. Признаки параллельности прямых

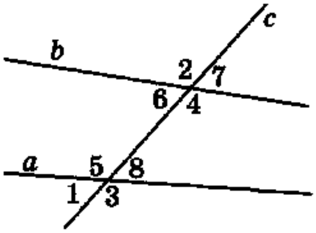
Карточка 2–А

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 3–А

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 4–А



1. По данным рисунка укажите:

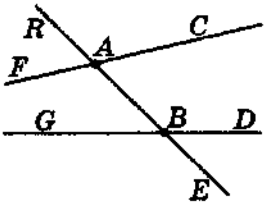
а) секущую для прямых a и b;

б) пары односторонних углов;

в) пары накрест лежащих углов;

г) пары соответственных углов.

Карточка 5–Б



1. По данным рисунка укажите угол, который образует с углом CAB:

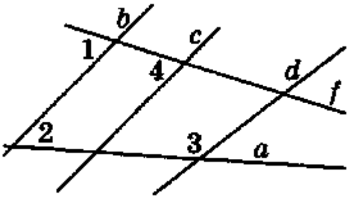
а) пару односторонних углов;

б) пару накрест лежащих углов;

в) пару соответственных углов.

Карточка 6–Б

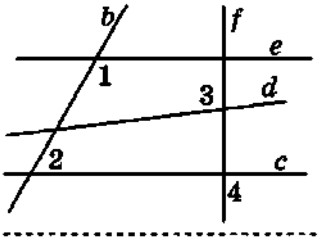
1. Сформулируйте признак параллельности прямых, используя понятие пары соответственных углов.



2. Дано $\angle 3 > \angle 4$, $\angle 2 + \angle 3 \neq 180°$, $\angle 1 = \angle 4$. Определите пару параллельных прямых.

Карточка 7–Б

1. Сформулируйте признак параллельности прямых, используя понятие пары односторонних углов.



2. По данным рисунка определите пару параллельных прямых, если $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 3 > \angle 4$.

Карточка 4–А

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 5–Б

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 6–Б

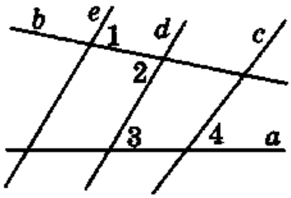
§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 7–Б

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 8–Б

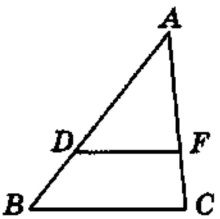
1. Сформулируйте признак параллельности прямых, используя понятие пары внутренних накрест лежащих углов.



2. По данным рисунка определите пару параллельных прямых, если $\angle 3 \neq \angle 4$, $\angle 1 = \angle 2$.

Карточка 9–В

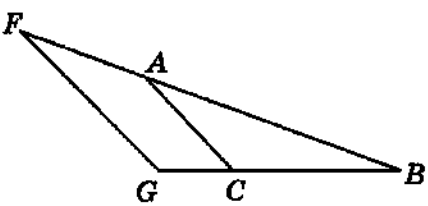
1. Сформулируйте и докажите признак параллельности прямых, используя понятие пары соответственных углов.



2. На рисунке в треугольниках BAC и DAF углы ADF и ABC равны. Докажите, что прямые DF и BC — параллельны.

Карточка 10–В

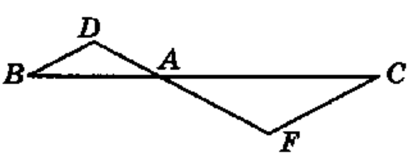
1. Сформулируйте и докажите признак параллельности прямых, используя понятие пары односторонних углов.



2. Докажите, что в треугольнике FBG отрезок AC параллелен стороне FG, если $\angle AFG$ равен 34°, а $\angle FAC$ равен 146°.

Карточка 11–В

1. Сформулируйте и докажите признак параллельности прямых, используя понятие пары внутренних накрест лежащих углов.



2. На рисунке в треугольнике ADB стороны AD и DB равны, а в треугольнике AFC равны стороны AF и FC. Докажите, что прямые DB и FC — параллельны.

Карточка 8–Б

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 9–В

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 10–В

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 11–В

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 12–В

1. Докажите, что если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

2. Прямая AB пересекает параллельные прямые DF и GC в точках A и B соответственно. Известно, что точки D и C лежат по одну сторону от прямой AB. Сумма: угла ABC, внутреннего одностороннего с $\angle ABC$ угла и накрест лежащего угла с углом ABC — равна 295°. Найдите градусную меру угла, соответственного с углом ABG.

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 1–А

1. Сформулируйте аксиому параллельных прямых.

2. а) Нарисуйте прямую a. Отметьте точку A, не лежащую на прямой a. Проведите через точку A прямую b, параллельную прямой a. Отметьте на прямой a точки A, B, C и D, а на прямой b точки K, L, M и N.

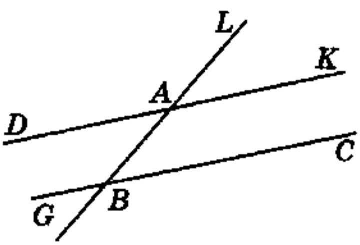
б) Укажите два отрезка на прямой b, параллельных отрезку AB.

в) Укажите два отрезка на прямой a, параллельных отрезку KL.

г) Укажите луч на прямой b, параллельный лучу AC.

Карточка 2–А

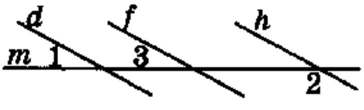
1. Докажите, что если при пересечении двух прямых третьей соответственные углы равны, то сумма односторонних углов равна 180°.



2. На рисунке прямые DK и GC параллельны, а угол ABC равен 49°. Найдите градусную меру углов: DAB, KAB, LAK и LAD.

Карточка 3–А

1. Докажите, что если при пересечении двух прямых третьей соответственные углы равны, то равны и внутренние накрест лежащие углы.



2. На рисунке прямые d и f параллельны. Прямые f и h также параллельны. Определите градусную меру $\angle 2$ и $\angle 3$, если $\angle 1 = 24°$.

Карточка 12–В

§ 1. Признаки параллельности прямых

Карточка 1–А

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 2–А

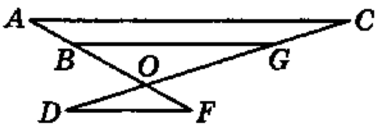
§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 3–А

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 4–Б

1. Докажите, что если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.



2. На рисунке отрезок BG параллелен отрезку AC, и отрезок DF параллелен отрезку AC. Докажите, что прямые BG и DF параллельны.

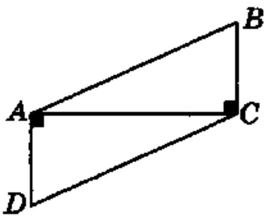
Карточка 5–Б

1. Докажите, что если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

2. Прямая c пересекает параллельные прямые a и b. Сумма двух соответственных углов 90°. Найдите градусную меру угла, накрест лежащего по отношению к одному из данных углов.

Карточка 6–Б

1. Докажите, что две прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.



2. На рисунке два треугольника ABC ($\angle C$ — прямой) и CDA ($\angle A$ — прямой) имеют общую сторону AC.

Докажите, что прямые BC и AD параллельны.

Карточка 7–Б

1. Докажите, что если прямая перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и второй.

2. В треугольнике ABC параллельно стороне AB проведена прямая FG. Определите, чему равен угол между прямой FG и высотой, проведённой к стороне AB треугольника ABC.

Карточка 4–Б

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 5–Б

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 6–Б

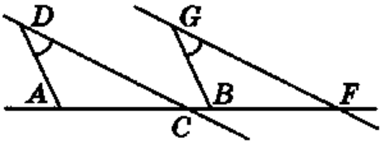
§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 7–Б

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 8–Б

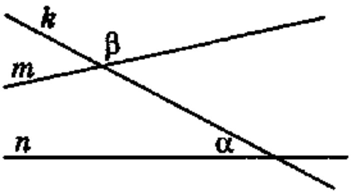
1. Сформулируйте и докажите свойство соотственных углов при параллельных прямых.



2. Равные отрезки CD и GF лежат на параллельных прямых. Докажите, что $\Delta ADC = \Delta BGF$, если $\angle ADC = \angle BGF$.

Карточка 9–Б

1. Сформулируйте и докажите свойство односторонних углов при параллельных прямых.



2. На рисунке угол α, образованный при пересечении прямых n и k, равен 45°, а угол β, образованный при пересечении прямых m и k, равен 135°. Определите взаимное расположение прямых n и m.

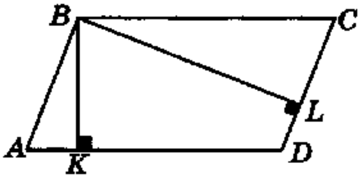
Карточка 10–Б

1. Сформулируйте и докажите свойство внутренних накрест лежащих углов при параллельных прямых.

2. Равные отрезки KL и NM лежат на параллельных прямых, KM — секущая. Точки L и N лежат по разные стороны от прямой KM. Докажите, что $\Delta KLM = \Delta MNK$.

Карточка 11–Б

1. Сформулируйте теорему об углах с соответственно перпендикулярными сторонами.



2. На рисунке в четырёхугольнике $ABCD$ проведены высоты BK и BL к сторонам AD и CD соответственно. Угол между высотами BL и BK равен 52°. Найдите угол KDL.

Карточка 8–Б

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 9–Б

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 10–Б

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 11–Б

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 12–Б

1. Сформулируйте теорему об углах с соответственно параллельными сторонами.

2. Параллельные прямые a и b пересечены параллельными прямыми c и d. Точки пересечения прямых обозначены: прямых a и c буквой A, прямых b и c буквой B, прямых b и d буквой C, прямых a и d буквой D. Найдите угол BCD, если $\angle BAD = 37°$.

Карточка 13–В

1. Объясните, какую теорему называют обратной данной.

2. Сформулируйте и докажите утверждение, обратное следующему: «Если внутренние накрест лежащие углы при двух прямых и секущей равны, то сумма односторонних углов равна 180°».

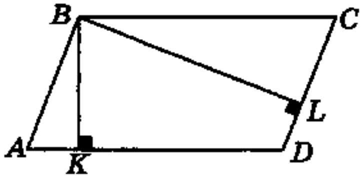
Карточка 14–В

1. Объясните, в чём состоит доказательство от противного.

2. При пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 148°. Докажите, что эти прямые не могут быть параллельны.

Карточка 15–В

1. Сформулируйте и докажите теорему об углах с соответственно перпендикулярными сторонами.



2. На рисунке в четырёхугольнике $ABCD$ проведены высоты BK и BL к сторонам AD и CD соответственно. Угол между высотами BL и BK в три раза меньше угла KDL. Найдите угол KDL.

Карточка 12–Б

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 13–В

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 14–В

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Карточка 15–В

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

Глава IV

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 1–А

1. Объясните, какие треугольники называются остроугольными, тупоугольными и прямоугольными. Нарисуйте эти треугольники. Запишите названия сторон прямоугольного треугольника.

2. Определите: а) может ли у одного треугольника быть два тупых угла; б) может ли у одного треугольника быть тупой и прямой углы.

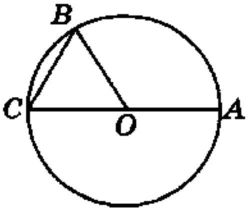
Карточка 2–А

1. Нарисуйте треугольник и один из его внешних углов. Сформулируйте определение внешнего угла треугольника. Сколько внешних углов имеет треугольник при каждой вершине?

2. Найдите угол равнобедренного треугольника при вершине, если внешний угол при основании равен 112°.

Карточка 3–А

1. Сформулируйте теорему о внешнем угле треугольника.



2. В окружности с центром в точке O проведены — диаметр AC и хорда CB. Определите угол OBC, если $\angle AOB = 124°$.

Карточка 1–А

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 2–А

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 3–А

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 4– А

1. Сформулируйте теорему о сумме углов треугольника.

2. В треугольнике один из углов равен 29°, другой 91°. Найдите третий угол треугольника.

Карточка 5–А

1. Определите, чему равна сумма острых углов прямоугольного треугольника.

2. Найдите угол при основании прямоугольного равнобедренного треугольника.

Карточка 6–А

1. Докажите, что каждый угол равностороннего треугольника равен 60°.

2. Найдите градусные меры внешних углов равностороннего треугольника.

Карточка 7–А

1. Сформулируйте теорему о внешнем угле треугольника.

2. Может ли внешний угол равнобедренного треугольника быть прямым?

Карточка 4–А

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 5–А

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 6–А

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 7–А

§ 1. Сумма углов треугольника

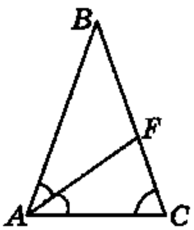
Карточка 8–Б

1. Сформулируйте и докажите теорему о сумме углов треугольника.

2. Определите вид треугольника, если разность двух его углов равна третьему углу.

Карточка 9–Б

1. Сформулируйте и докажите теорему о внешнем угле треугольника.



2. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) проведена биссектриса AF. Найдите угол BFA, если $\angle C = \alpha$.

Карточка 10–Б

1. Докажите, что если один из внешних углов треугольника в два раза больше любого внутреннего угла, то треугольник — равносторонний.

2. Углы треугольника относятся как 3 : 2 : 1. Определите вид треугольника.

Карточка 11–Б

1. Докажите, что если один из внешних углов треугольника в два раза больше внутреннего, не смежного с ним угла, то треугольник — равнобедренный.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC и углом при основании равном 72° провели биссектрису AD. Докажите, что треугольники ABD и ADC — равнобедренные.

Карточка 8–Б

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 9–Б

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 10–Б

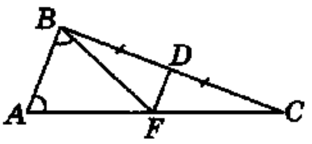
§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 11–Б

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 12–В

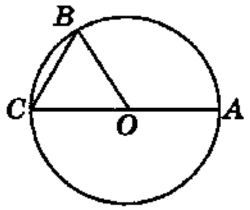
1. Найдите сумму внешних углов треугольника, взятых по одному при каждой вершине. Сформулируйте полученный результат как теорему, аналогичную теореме о сумме углов треугольника.



2. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка F так, что $\angle ABF = \angle CAB$. Прямая DF, параллельная стороне AB, пересекает сторону BC в её середине — точке D. Найдите величину угла ABC.

Карточка 13–В

1. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена биссектриса BD внешнего угла при вершине B. Определите взаимное расположение прямых AC и BD.



2. В окружности с центром в точке O проведён диаметр AC. Определите угол BCO, если $\angle AOB = 124°$.

Карточка 14–В

1. В прямоугольном равнобедренном треугольнике ABC проведена высота CD из вершины прямого угла. Найдите длину высоты CD, если гипотенуза треугольника равна 18 см.

2. Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке M. Угол треугольника при вершине A равен 64°, а при вершине C равен 42°. Найдите угол AMC.

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 1–А

1. Нарисуйте треугольник и обозначьте его вершины.

а) Запишите стороны треугольника в порядке возрастания.

б) Запишите, какой угол соответствует наибольшей стороне треугольника, и какой наименьшей.

2. Стороны треугольника ABC равны: $AB = 5$ см, $BC = 13$ см и $AC = 12$ см. Определите, против какой стороны лежит наибольший угол треугольника, а против какой — наименьший.

Карточка 12–В

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 13–В

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 14–В

§ 1. Сумма углов треугольника

Карточка 1–А

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 2–А

1. Сформулируйте теорему о соотношении между сторонами и углами треугольника.

2. Углы треугольника равны: $\angle ABC = 47°$ и $\angle BCA = 51°$. Определите, против какого угла треугольника лежит его большая сторона.

Карточка 3–А

1. Сформулируйте соотношение между сторонами прямоугольного треугольника.

2. Стороны прямоугольного треугольника ABC равны: $AB = 9$ см, $BC = 15$ см и $AC = 12$ см. Определите, какая сторона является гипотенузой.

Карточка 4–А

1. Сформулируйте признак равнобедренного треугольника.

2. Углы треугольника равны: $\angle ABC = 78°$ и $\angle BCA = 51°$. Определите вид треугольника.

Карточка 5–А

1. Сформулируйте неравенство треугольника.

2. В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 11 см, другая 4 см. Найдите третью сторону.

Карточка 2–А

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 3–А

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 4–А

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 5–А

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 6–Б

1. Докажите, что в прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.

2. В прямоугольном треугольнике одна сторона равна 39 см, другая 36 см. Определите, какая из этих сторон может быть гипотенузой.

Карточка 7–Б

1. Сформулируйте и докажите признак равнобедренного треугольника.

2. Докажите, что если углы, смежные с углами при основании треугольника, равны, то треугольник — равнобедренный.

Карточка 8–Б

1. Сформулируйте и докажите неравенство треугольника.

2. Две окружности равных радиусов с центрами в точках O и O_1 пересекаются в точках A и B. Одна сторона треугольника AOO_1 равна 13 см, другая — 6 см. Определите расстояние между центрами окружностей.

Карточка 9–В

1. Сформулируйте теорему о соотношении между сторонами и углами треугольника. Докажите, что в треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

2. Определите, что больше: боковая сторона или основание равнобедренного треугольника, если один из его углов — тупой.

Карточка 6–Б

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 7–Б

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 8–Б

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 9–В

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 10–В

1. Сформулируйте теорему о соотношении между сторонами и углами треугольника. Докажите, что в треугольнике против большей стороны лежит больший угол.

2. Из одной точки окружности проведены хорда AB и радиус AO. Известно, что радиус больше хорды. Определите, какой из углов больше: AOB или ABO.

Карточка 11–В

1. Сформулируйте и докажите утверждение, обратное следующему: *«Если биссектриса внешнего угла при вершине треугольника параллельна стороне, противолежащей этой вершине, то треугольник — равнобедренный»*.

2. Определите, может ли существовать треугольник, периметр которого равен 18 см, а одна из сторон 14 см.

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 1–А

1. а) Сформулируйте признак равенства прямоугольных треугольников по двум катетам. Сделайте к нему рисунок.

б) Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство треугольников по двум катетам.

2. В прямоугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ катет AC равен катету A_1C_1, а катет BC — катету B_1C_1. Чему равна гипотенуза A_1B_1 в $\Delta A_1B_1C_1$, если гипотенуза AB треугольника ABC равна 5 см? Объясните, почему.

Карточка 2–А

1. а) Сформулируйте признак равенства прямоугольных треугольников по катету и прилежащему к нему острому углу. Сделайте к нему рисунок.

б) Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство данных треугольников по катету и прилежащему к нему острому углу

2. В прямоугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ катет AC равен катету A_1C_1, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. Чему равен катет BC треугольника ABC, если катет B_1C_1 в треугольнике $A_1B_1C_1$ равен 4 см? Объясните, почему.

Карточка 10–В

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 11–В

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Карточка 1–А

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 2–А

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 3–А

1. а) Сформулируйте признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу. Сделайте к нему рисунок.

б) Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство данных треугольников по гипотенузе и острому углу.

2. В прямоугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ гипотенуза AB равна гипотенузе A_1B_1, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. Чему равен $\angle ABC$ треугольника ABC, если $\angle A_1B_1C_1$ в треугольнике $A_1B_1C_1$ равен 32°? Объясните, почему.

Карточка 4–А

1. а) Сформулируйте признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету. Сделайте к нему рисунок.

б) Отметьте на рисунке соответственно равные элементы треугольников так, чтобы можно было записать равенство данных треугольников по гипотенузе и катету.

2. В прямоугольных треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ гипотенуза AB равна гипотенузе A_1B_1, а катет BC равен катету B_1C_1. Чему равен $\angle ABC$ треугольника ABC, если $\angle A_1B_1C_1$ в треугольнике $A_1B_1C_1$ равен 57°? Объясните, почему.

Карточка 5–А

1. Сформулируйте свойство катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла в 30°.

2. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 12 см, а угол при вершине 120°. Найдите высоту треугольника.

Карточка 6–А

1. Сформулируйте свойство угла прямоугольного треугольника, лежащего против катета, равного половине гипотенузы.

2. В прямоугольном треугольнике высота, проведённая к гипотенузе, равна 6 см, а один из катетов равен 12 см. Определите острые углы треугольника.

Карточка 3–А

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 4–А

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 5–А

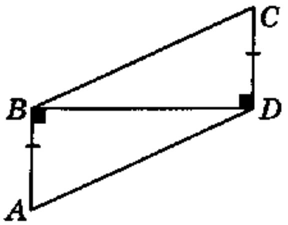
§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 6–А

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 7–Б

1. Докажите равенство прямоугольных треугольников по двум катетам.



2. На рисунке отрезки AB и CD равны и перпендикулярны прямой BD. Докажите, что треугольники ABD и CDB равны.

Карточка 8–Б

1. Докажите равенство прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету.

2. Докажите равенство двух равнобедренных треугольников по боковой стороне и высоте, проведённой к основанию.

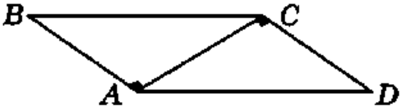
Карточка 9–Б

1. Докажите равенство прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу.

2. В равнобедренном треугольнике из вершин при основании проведены высоты. Докажите, что они равны.

Карточка 10–Б

1. Докажите равенство прямоугольных треугольников по катету и острому углу.



2. На рисунке отрезки AD и BC параллельны. Прямые AB и CD перпендикулярны прямой AC. Докажите, что треугольники ABC и CDA равны.

Карточка 7–Б

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 8–Б

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 9–Б

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 10–Б

§ 3. Прямоугольные треугольники

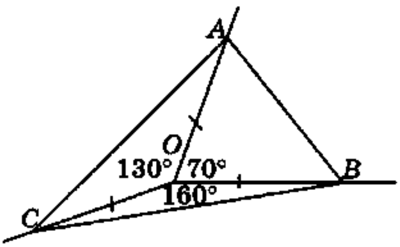
Карточка 11–Б

1. Докажите, что катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.

2. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C$ — прямой) проведена высота CD. Найдите длины отрезков AD и BD, если гипотенуза равна 12 см, а $\angle CAB = 30°$.

Карточка 12–В

1. Докажите, что если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то он лежит против угла в 30°.



2. Три луча, на которых отмечены точки A, B и C, имеют общее начало точку O. Известно, что $OA = OB = OC$, и $\angle AOB = 70°$, $\angle BOC = 160°$, $\angle COA = 130°$. Найдите углы треугольника ABC.

Карточка 13–В

1. Докажите, что в равностороннем треугольнике расстояние от точки пересечения двух биссектрис до каждой из сторон в два раза меньше расстояния от этой же точки до вершины.

2. Докажите, что если в прямоугольном треугольнике биссектриса одного из острых углов отсекает от него равнобедренный треугольник, то эта биссектриса делит противоположный катет на два отрезка, относящихся друг к другу как 1 : 2.

Карточка 14–В

1. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C$ — прямой) проведена высота CD. Докажите, что, если $\angle CBA = 30°$, то $AB : BD = 4 : 1$.

2. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен 120°. Из точки, лежащей на основании треугольника, на его боковые стороны опущены перпендикуляры. Докажите, что сумма длин этих перпендикуляров равна высоте, проведённой к боковой стороне.

Карточка 11–Б

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 12–В

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 13–В

§ 3. Прямоугольные треугольники

Карточка 14–В

§ 3. Прямоугольные треугольники

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 1–А

1. Объясните, какой отрезок называется наклонной, проведённой из данной точки к прямой. Сформулируйте соотношение между перпендикуляром и наклонной.

2. Нарисуйте треугольник ABC. Из вершины B проведите высоту BD. Определите, что больше, высота BD или стороны между которыми она проходит.

Карточка 2–А

1. Сформулируйте определение расстояния от точки до прямой.

2. Гипотенуза прямоугольного равнобедренного треугольника равна 14 см. Определите расстояние от вершины прямого угла до гипотенузы.

Карточка 3–А

1. Сформулируйте определение расстояния между параллельными прямыми.

2. Две параллельные прямые c и b пересечены прямой AB (A и B — точки пересечения). Один из углов, которые прямая AB образует с параллельными прямыми, равен 30°. Найдите расстояние между параллельными прямыми, если отрезок AB равен 12 см.

Карточка 4–А

1. Сформулируйте теорему о свойстве параллельных прямых

2. Один из углов, образованных при пересечении прямых c и b прямой CD (C и D — точки пересечения), равен 90°. Найдите длину отрезка CD, если расстояние между прямыми c и b равно 12 см.

Карточка 1–А

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 2–А

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 3–А

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 4–А

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 5–А

1. Сформулируйте теорему, обратную теореме о свойстве параллельных прямых.

2. Докажите, что в равнобедренном треугольнике расстояния от вершин основания до прямых, содержащих противолежащие стороны, равны.

Карточка 6–Б

1. Сформулируйте и докажите соотношение между перпендикуляром и наклонной.

2. Внутри треугольника *ABC* отмечена точка *M*. Докажите, что сумма расстояний от точки *M* до прямых, на которых лежат стороны треугольника, меньше суммы расстояний от неё до вершин треугольника.

Карточка 7–Б

1. *Задача.* С помощью циркуля и линейки постройте треугольник по трём сторонами.

Карточка 8–Б

1. *Задача.* С помощью циркуля и линейки постройте треугольник по двум сторонам и углу между ними.

Карточка 5–А

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 6–Б

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 7–Б

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 8–Б

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 9–Б

1. *Задача.* С помощью циркуля и линейки постройте треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Карточка 10–Б

1. С помощью циркуля и линейки через данную точку M проведите прямую b, параллельную данной прямой a.

Карточка 11–В

1. Объясните, что такое геометрическое место точек.

2. Найдите геометрическое место точек, равноудалённых от данной прямой.

Карточка 12–В

1. Объясните, какие теоремы называются взаимно обратными.

2. Сформулируйте теорему о свойстве параллельных прямых и обратную ей теорему. Докажите теорему о свойстве параллельных прямых.

Карточка 9–Б

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 10–Б

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 11–В

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Карточка 12–В

§ 4. Построение треугольников по трём элементам

Ответы

ГЛАВА I. НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

§ 3–4. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков

2–А. 2. 8 см. **3–А.** 2. $AB = 21$ см. **4–А.** 2. Серединой отрезка BD является точка C.

5–Б.

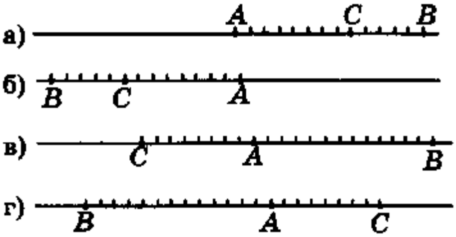


Рис. 1

2. На прямой от точки A отрезки $AB = 13$ см и $AC = 8$ см можно отложить четырьмя способами (Рис.1). При этом длина отрезка BC в случаях а) и б), когда отрезки отложены в одну сторону от точки A, равна 8 см. В случаях в) и г), когда отрезки отложены в разные стороны от точки A, равна 21 см.

6–Б.

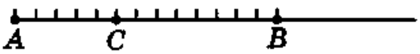


Рис. 2

2. На луче от его начальной точки A $AB = 13$ см и $AC = 8$ см можно отложить одним способом (Рис. 2). При этом длина отрезка BC равна 8 см.

7–Б.

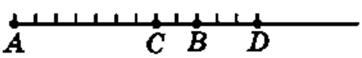


Рис. 3

Так как все отрезки отложены на луче, значит все отрезки расположены по одну сторону от точки A (Рис. 3). $CD = AD - AC$, а $AC = AB - 2$ см $= 7$ см. $CD = 5$ см.

8–Б.

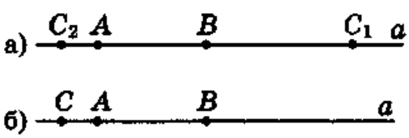


Рис. 4

1. Решение. Отметим на прямой a две точки A и B. Тогда для точки C возможны два положения вправо и влево от точки B. Это точки C_1 и C_2 (Рис. 4а). А теперь проверим, для какой из двух точек C_1 или C_2 выполняется условие $AC = 14$ см. Рассмотрим точку C_1. Точка B лежит между точками A и C_1, следовательно, она принадлежит отрезку AC_1. Тогда, если точка B лежит между точками A и C, то длина отрезка равна сумме длин отрезков: $AC_1 = AB + BC_1 = 6$ см $+ 8$ см $= 14$ см, что удовлетворяет условию $AC = 14$ см.

Однако необходимо проверить и точку C_2. Точка A лежит между точками C_2 и B, следовательно, она принадлежит отрезку C_2B. Тогда $C_2B = C_2A + AB$, отсюда $C_2A = C_2B - AB =$ $= 8$ см $- 6$ см $= 2$ см, что не удовлетворяет условию $AC = 14$ см. Получаем, что точки расположены последовательно: A, B и C (Рис. 4а).

9–В. 1. Задача имеет два решения. От точки A откладываем отрезок AB, а затем от точки A по разные стороны откладываем отрезок AC. Значит отрезок BC в зависимости от расположения будет иметь два значения. 2. Нет, не принадлежит. Если бы точка B принадлежала отрезку A, то $AC = AB + BC$. Но $AB > AC$.

10–В. 1. Задача имеет одно решение. На луче от начала, точки A, все отрезки можно откладывать в одну сторону. Значит отрезок BC имеет одно значение. 2. Нет, не принадлежит. Если бы точка B принадлежала отрезку A, то $AC = AB + BC$. Но $AB > AC$.

11–В.

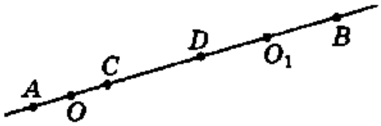


Рис. 5

1. <u>Решение</u>. Отрезок AB, равный 45 см, разделён на три неравных отрезка AC, CD и DB (Рис. 5). Пусть O — середина AC; O_1 — середина DB, причём, $OO_1 = 28$ см. По условию: $C \in AB$; $D \in AB$, значит: $AB = AC + CD + DB$. Так как $O \in AC$ и $O_1 \in DB$, то $AB = AO + OO_1 + O_1B$. Отсюда
$AO + BO_1 = AB - OO_1 = 45 \text{ см} - 28 \text{ см} = 17 \text{ см}$.

По условию $AO = OC$ и $DO_1 = O_1B$; тогда $AO + BO_1 = DO_1 + CO = 17$ см. По условию: $C \in OO_1$; $D \in OO_1$, значит: $OO_1 = OC + CD + DO_1$, отсюда: $CD = OO_1 - (OC + DO_1) = 11$ см.

12–В.

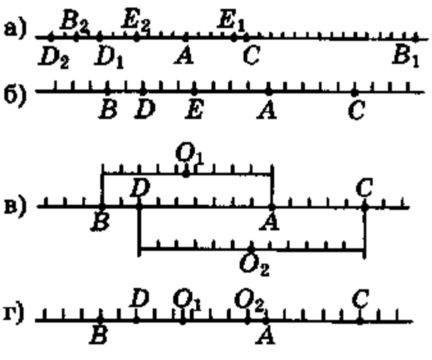


Рис. 6

1. <u>Решение</u>. Сначала определим последовательность точек на прямой. Отметим на прямой две точки A и C ($AC = 5$ см). Тогда для точки E возможны два положения вправо и влево от точки A. Это точки E_1 и E_2 (Рис. 6а). ($AE_1 = AE_2 = 4$ см). А для точки B возможны два положения вправо и влево от точки C. Это точки B_1 и B_2 (Рис. 6а). ($CB_1 = CB_2 = 14$ см). Теперь надо отметить точку D так, чтобы $BD = 2$ см, $DE = 3$ см. Этому условию удовлетворяет только одна точка D_1. Отсюда, точки расположены последовательно: B, D, E, A, C (Рис. 6б). Серединой отрезка AB является точка O_1, а серединой отрезка CD является точка O_2. (Рис. 6в). Теперь нас интересуют отрезки AB и CD и точки O_1 и O_2 (Рис. 6 г). $CO_2 = 6$ см, значит $AO_2 = 1$ см, $AB = 9$ см, значит $AO_2 = 4{,}5$ см. Отсюда $O_1O_2 = AO_1 - AO_2 = 4{,}5 \text{ см} - 1 \text{ см} = 3{,}5 \text{ см}$.

§ 5. Измерение углов

2–А. 2. $\angle(ab) = 66°$. **3–А. 2.** $\angle cb = 19°$. **4–А. 2.** а) 38°. б) 82°. **5–Б. 1.** Угол ab — развёрнутый. **2.** $\angle kt = 16°$. **6–В. 1.** Луч l. **2.** $\angle gh = 78°$.

7–В.

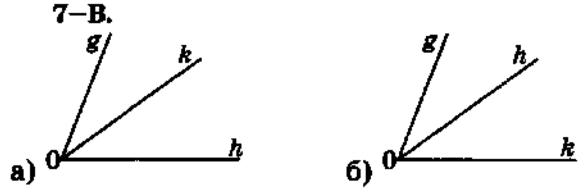


Рис. 7

1. Из рисунков 7 а) и 7 б) видно, что задача имеет два решения.

2. а) $\angle DBC = 13°$. б) $\angle DBC = 99°$.

§ 6. Перпендикулярные прямые

1–А. 2. $\angle COD = 58°$. **2–А. 2.** $\angle COD = 42°$. **3–А. 2.** 111,5°. **4–А. 2.** Нет, не могут, поскольку вертикальные углы равны. **5–Б. 2.** При пересечении двух прямых образуются пара вертикальных углов и пара смежных углов. Поскольку вертикальные углы равны, значит, относиться как 11 : 9 могут только смежные углы. Градусные меры двух смежных углов равны 99° и 81°. **6–Б. 2.** Пусть меньший угол равен α, больший угол равен $180° - \alpha$. Составим уравнение $(180° - \alpha) - \alpha = \alpha$. Градусные меры двух углов равны 60° и 120°.

7–Б. 2.

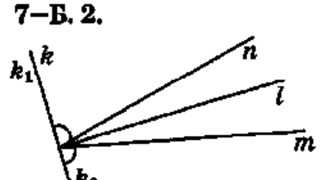


Рис. 8

<u>Решение</u>. Так как l — биссектриса $\angle mn$ (Рис. 8), то $\angle ln = \angle lm = 15°$. Так как $l \perp k$ (Рис. 8), то $\angle lk_1 = \angle lk_2 = 90°$. Отсюда $\angle nk_1 = \angle mk_2 = 75°$; $\angle nk_2 = \angle mk_1 = 105°$.

9–Б. 2. Решение. Два угла, которые получаются при пересечении двух прямых, либо смежные, либо вертикальные углы. Углы α и β не могут быть вертикальными, так как по условию они не равны: их разность равна 36°. Значит, $\angle\alpha$ и $\angle\beta$ — смежные углы. По теореме о смежных углах $\angle\alpha + \angle\beta = 180°$, а по условию задачи $\angle\alpha - \angle\beta = 36°$:

$$\begin{cases}\angle\alpha - \angle\beta = 36° \\ \angle\alpha + \angle\beta = 180°\end{cases};\ \angle\alpha = 36° + \angle\beta;\ 36° + \angle\beta + \angle\beta = 180°;\ 2\angle\beta = 144°;\ \angle\beta = 72°.$$

$\angle\alpha = 36° + \angle\beta = 36° + 72°$, $\angle\alpha = 108°$. Значит, $\angle\alpha = 108°$и $\angle\beta = 72°$.

10–В.

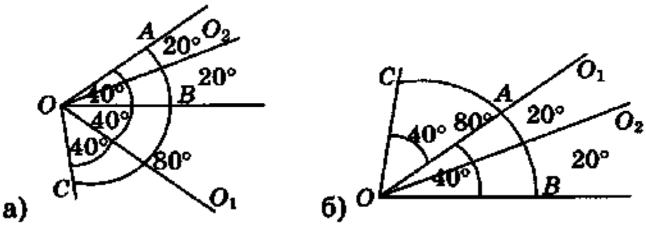


Рис. 9

1. Из рисунков 9 а) и 9 б) видно, что задача имеет два решения.

Луч OO_1 — биссектриса $\angle AOB$, а луч OO_2 — биссектриса $\angle COB$.

а) $\angle O_1OO_2 = 60°$,

б) $\angle O_1OO_2 = 20°$.

11–В.

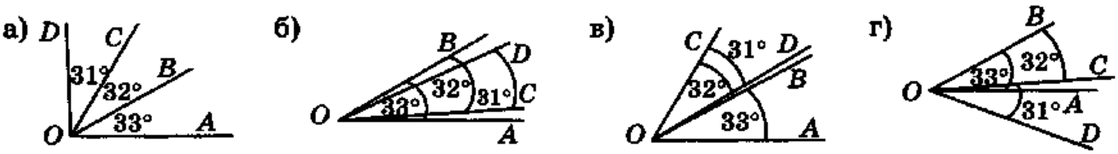


Рис. 10

1. Из рисунков 10 а), 10 б), 10 в) и 10 г) видно, что задача имеет четыре решения. а) $\angle AOD = 96°$. б) $\angle AOD = 32°$. в) $\angle AOD = 34°$. г) $\angle AOD = 30°$.

ГЛАВА II. ТРЕУГОЛЬНИКИ

§ 1. Первый признак равенства треугольников

4–А. 2. $P_{ABC} = 32$ см.

§ 2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

5–А. 2. $P = 20$ см. **6–А. 2.** Основание равнобедренного треугольника равно 3 см. **9–Б. 2.** $\angle OBD = 76°$. **10–Б. 2.** $BD = 8$ см. **11–Б. 2.** $\angle ABD = 60°$, $\angle BAD = 30°$ и $\angle BDA = 90°$. **12–Б.** $\angle ABC = 90°$. **13–В.** Стороны равностороннего треугольника равны 12 см; основание равнобедренного треугольника равно 12 см: а его боковые стороны равны 14 см. **14–В. 2.** Задача имеет два решения: боковая сторона равна 10 см или 6 см.

ГЛАВА III. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

§ 2–3. Аксиома параллельных прямых. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами

2–А. 2. $\angle DAB = 49°$; $\angle KAB = 131°$; $\angle LAK = 49°$; $\angle LAD = 131°$. **3–А. 2.** $\angle 2 = 156°$ и $\angle 3 = 24°$. **5–Б. 2.** 45°. **7–Б. 2.** 90°. **9–Б. 2.** $n \parallel m$. **11–Б. 2.** В силу теоремы об углах с соответственно перпендикулярными сторонами $\angle KDL = 128°$. **12–Б. 2.** В силу теоремы об углах с соответственно параллельными сторонами $\angle BCD = 37°$.

13–В.

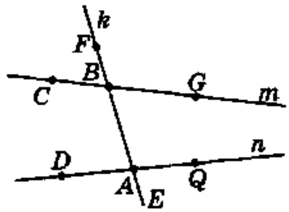


Рис. 11

2. Если сумма односторонних углов равна 180°, то внутренние накрест лежащие углы равны.

Доказательство.

По условию $\angle ABG + \angle BAQ = 180°$, $\angle ABG$ и $\angle CBA$ — смежные углы (Рис. 11). Отсюда: $\angle CBA = 180° - \angle ABG$. $\angle BAQ = 180° - \angle ABG$. Значит, $\angle BAQ = \angle CBA$. При этом углы $\angle BAQ$ и $\angle CBA$ — внутренние накрест лежащие.

15–В. 2. В силу теоремы об углах с соответственно перпендикулярными сторонами $\angle KDL = 135°$.

ГЛАВА IV. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

§ 1. Сумма углов треугольника

7–А. 2. Да, если данный равнобедренный треугольник является прямоугольным.

8–Б. 2. Данный треугольник является прямоугольным. **9–Б. 2.** $\angle BFA = \dfrac{3}{2}\alpha$.

10–Б. 2. Треугольник — прямоугольный (углы равны 30°, 60°, 90°). **11–Б. 2.** Так как треугольник ABC — равнобедренный с углом при основании равном 72° и AD — биссектриса угла A, то $\angle DAC = 36°$. Значит, $\angle ADC = 72°$. Таким образом, ΔADC — равнобедренный. $\angle ADB = 108°$, как внешний угол при вершине D треугольника ADC. В треугольнике ABD: $\angle ADC = 108°$, $\angle DAB = 36°$. Следовательно, $\angle DBA = 36°$. Таким образом, ΔABD — равнобедренный.

12–В.

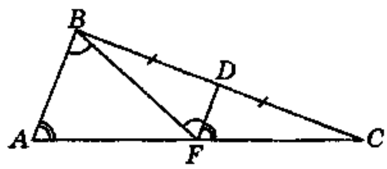


Рис. 12

2. Так как $AB \parallel DF$, то $\angle DFB = \angle FBA$, как накрест лежащие, и $\angle BAF = \angle DFC$, как соответственные. Отсюда DF — биссектриса $\angle BFC$ треугольника BFC и по условию медиана. Следовательно, ΔBFC — равнобедренный, поэтому DF — ещё и высота, т. е. $FD \perp BC$. Так как $AB \parallel DF$, то $AB \perp BC$, $\angle ABC = 90°$.

13–В. 2. $\angle BCO = 62°$. **14–В. 1.** 9 см. **2.** 127°.

§ 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника

1–А. 2. Наибольший угол треугольника лежит против стороны $BC = 13$ см. Наименьший угол треугольника лежит против стороны $AB = 5$ см. **2–А. 2.** Большая сторона треугольника лежит против $\angle BAC = 82°$. **3–А. 2.** Гипотенузой прямоугольного треугольника ABC является $BC = 15$ см. **4–А. 2.** $180° - 78° - 51° = 51°$. Значит треугольник — равнобедренный. **5–А. 2.** Третья сторона равна 11 см. **6–Б. 2.** В прямоугольном треугольнике гипотенузой может быть сторона, равная 39 см. **8–Б. 2.** Расстояние между центрами окружностей равно 13 см. **9–В. 2.** Если один из углов равнобедренного треугольника — тупой, то больше — основание. **10–В. 2.** $\angle ABO$. **11–В. 1.** Обратное утверждение: «Если треугольник — равнобедренный, то биссектриса внешнего угла при вершине треугольника параллельна стороне, противолежащей этой вершине.». **2.** Нет.

§ 3. Прямоугольные треугольники

5–А. 2. 6 см. **6–А. 2.** 30°, 60°. **11–Б. 2.** 9 см, 3 см. **12–В. 2.** $\angle A = 80°$, $\angle B = 65°$, $\angle C = 35°$.